



*Jacek Wilk-Jakubowski*

Politechnika Świętokrzyska

## WYBRANE ASPEKTY STATYSTYCZNYCH ANALIZ MODELI EKONOMETRYCZNYCH W PROPAGACJI FAL RADIOWYCH

**Streszczenie:** Artykuł zawiera przegląd wybranych zastosowań analiz statystycznych w naukach technicznych, ukazując przykładowe informacje na temat parametrów modelu (w tym istotności współczynników regresji). Rozważania dotyczą badań propagacyjnych wykorzystywanych w łączności satelitarnej.

**Słowa kluczowe:** analiza statystyczna, współczynniki regresji, propagacja fal radiowych

### SELECTED ASPECTS OF STATISTICAL ANALYSES OF ECONOMETRIC MODELS IN RADIO WAVE PROPAGATION

**Abstract:** The article contains review of selected applications of statistical analyses in technical science to present certain information for model parameters (including significance of regression indexes). The main considerations are pertinent to radio wave propagation in satellite systems.

**Keywords:** statistical analysis, regression indexes, radio wave propagation

### Wstęp

Na zrównoważony rozwój w nauce oprócz procesów ekonomicznych, społecznych i kulturowych wpływają również zmiany zachodzące w technice. Sukcesywne wdrażanie nowych technologii pozwala wykorzystywać coraz to wyższe pasma częstotliwości na potrzeby porozumiewania się na odległość<sup>1</sup>. W praktyce projektowanie bezprzewodowych systemów łączności o założonej jakości transmisji *QoT* (ang. *Quality of Transmission*), które wykorzystują różne pasma częstotliwości oraz mechanizmy propagacji fal radiowych, uzależnione jest od wielu czynników, jak np. położenie geograficzne, moc nadajnika czy bieżąca sytuacja klimatyczno-atmosferyczna. Na tłumienie jednostkowe oprócz częstotliwości wpływa m.in. polaryzacja oraz kąty elewacji i polaryzacji fali radiowej w stosunku do polaryzacji poziomej. Dogłębna znajomość parametrów technicznych systemu, pozwala oszacować zasięg odbioru dla określonego natężenia pola elektrycznego. W konsekwencji,

---

<sup>1</sup> Na przykład w wielu renomowanych ośrodkach akademickich i organizacjach naukowych obecnie prowadzone są badania pod kątem wykorzystania pasma V na potrzeby budowy regionalnych centrów multimedialnych, których stacje umieszczane są w stratosferze ziemskiej.

w celu racjonalnego gospodarowania widmem fal radiowych, zachodzi konieczność przeprowadzania wielu pomiarów propagacyjnych, które umożliwiają poprzez analizy budżetów łączyć empiryczne określenie wpływu rozmaitych czynników (w tym: klimatyczno-atmosferycznych) na rozchodzenie się fal radiowych. Z powyższych względów elementy te powinny być wzięte pod uwagę w planowaniu przestrzennym aglomeracji miejskich. W oparciu o wyniki eksperymentalne możliwe staje się tworzenie modeli, których celem jest odzwierciedlenie wpływu danego czynnika lub zespołu czynników na mechanizm propagacji fal radiowych (w tym straty całkowite sygnału). O ile analityczne modele korzystają z praw fizyki, o tyle modele półempiryczne wykorzystują w pewnym stopniu otrzymane dane pomiarowe. Drogą analityczną możliwe jest potwierdzenie słuszności prognozowanych wartości poprzez skonfrontowanie ich z rzeczywistymi danymi pomiarowymi. Uzupełnienie analiz stanowić może sprawdzenie zgodności danego modelu pod względem dopasowania do danych empirycznych z wykorzystaniem aparatu statystyki.

### **Propagacja fal w stratnym środowisku atmosfery ziemskiej**

Podczas propagacji fali radiowej w atmosferze ziemskiej, jej energia maleje wskutek rozchodzenia się w stratnym środowisku wypełnionym gazami atmosferycznymi (kluczowe jest oddziaływanie zwłaszcza tlenu i pary wodnej). Przykładowym innym niekorzystnym zjawiskiem jest rozpraszanie fali radiowej na cząsteczkach powietrza. W praktyce degradacja sygnału jest ściśle uzależniona od częstotliwości (obserwuje się wzrost absorpcji i rozpraszania wraz ze zwiększeniem częstotliwości) i osiąga lokalne wartości maksymalne. Tłumienie na skutek obecności tlenu i pary wodnej jest zauważalne dla fal radiowych o częstotliwości co najmniej 0,1 GHz, zaś powyżej 3 GHz notuje się znaczący wpływ rozpraszania energii fal na skondensowanych cząsteczkach wody (tłumienie osiąga największy wymiar dla kropel deszczu i cząsteczek gradu<sup>2</sup>). Degradacja sygnału, która uzależniona jest od rodzaju polaryzacji (wertykalna/horyzontalna) przyczynia się do wzrostu zastępczej temperatury szumowej anteny.

### **Wybrane aspekty statystycznych analiz matematycznych**

Całkowitej degradacji lub tłumieniu sygnału można przypisać zmiany cech ilościowych, które uzależnione są od opisanych wcześniej czynników. Na tej podstawie, dla zmierzonych wartości zestawu wielkości pomiarowych (lub pojedynczej wielkości pomiarowej) tworzy się modele (często w postaci krzywych), które w dalszej perspektywie można poddać statystycznej analizie matematycznej np. w celu sprawdzenia poprawności modelu na danym poziomie istotności. Weryfikacja może dotyczyć m.in. odpowiadającym zmianom częstotliwości (zależnie od polaryzacji), zmianom wartości tłumienia lub degradacji wskutek wystąpienia pewnego (niekorzystnego) zjawiska. Kluczowa w tym aspekcie jest estymacja parametrów strukturalnych.

---

<sup>2</sup> Kluczowym czynnikiem są opady deszczu, przykładowo w zakresie pasma częstotliwości K<sub>u</sub> (11,7-12,75 GHz) opady deszczu mogą powodować tłumienie około 4 dB.

W artykule zrezygnowano z omówienia i przedstawienia eksperymentalnych modeli danych, których liczne przykłady odnaleźć można w literaturze. Skupiono się natomiast na przedstawieniu wybranych aspektów statystycznych analiz modeli ekonometrycznych w propagacji fal radiowych. W tym celu zamieszczono przykładowe tabelaryczne zestawienia stanowiące obraz możliwości wykorzystania analizy matematycznej do opisu modeli ekonometrycznych objaśniających mechanizm propagacji fal radiowych (w tym tłumienie sygnału).

Poniżej przedstawiono przykładową zależność dla określonej polaryzacji z wykorzystaniem regresji rzędu szóstego:  $R_{rzqd-6} = \alpha_0 + \alpha_1x + \alpha_2x^2 + \alpha_3x^3 + \alpha_4x^4 + \alpha_5x^5 + \alpha_6x^6 + \varepsilon$ . Założenia są następujące:  $x_1 = x$ ,  $x_2 = x^2$ ,  $x_3 = x^3$ ,  $x_4 = x^4$ ,  $x_5 = x^5$ ,  $x_6 = x^6$ .

Przykładowe statystyki regresji oraz wyniki analizy wariancji mają postać:

<i>Statystyki regresji</i>	
Wielokrotność R	0,999993433
R kwadrat	0,999986865
Dopasowany R kwadrat	0,999986629
Błąd standardowy	0,044445739
Obserwacje	341

#### ANALIZA WARIANCJI

	<i>df</i>	<i>SS</i>	<i>MS</i>	<i>F</i>
Regresja	6	50232,49263	8372,08211	4238119,7
Resztkowy	334	0,659791519	0,00197542	
Razem	340	50233,15242		

  

	<i>Współczynniki</i>	<i>Błąd standardowy</i>	<i>t Stat</i>	<i>Wartość-p</i>
Przecięcie	0,730714417	0,031948997	22,8712791	2,488E-70
Zmienna X <sub>1</sub>	-0,628992382	0,021263555	-29,580772	2,562E-95
Zmienna X <sub>2</sub>	0,1312138	0,004700084	27,9173318	2,472E-89
Zmienna X <sub>3</sub>	-0,004286808	0,000467954	-9,1607457	5,328E-18
Zmienna X <sub>4</sub>	6,59395E-05	2,31126E-05	2,8529666	0,0046013
Zmienna X <sub>5</sub>	-4,9335E-08	5,52741E-07	-0,0892552	0,9289326
Zmienna X <sub>6</sub>	-7,61179E-09	5,102E-09	-1,4919238	0,136663

Przykładowy model ekonometryczny można zweryfikować na określonym poziomie istotności (np.  $\alpha = 0,01$ ). Współczynnik determinacji modelu informujący o tym, jaka część zmian wartości zmiennej objaśnianej została wyjaśniona przez funkcję regresji wynosi  $R^2 = 0,999986865$  (współczynnik zbieżności  $\varphi^2 = 0,000013135$ ), co oznacza, że wybrany model wyjaśnia ponad 99,99% zmienności badanej cechy. Świadczy to o jego bardzo dobrym dopasowaniu do danych empirycznych. Testowaniu statystycznemu można poddać także istotność zestawu współczynników regresji, poprzez postawienie odpowiednich hipotez:

$$H_0 : \sum_{j=0}^n \alpha_j^2 = 0,$$

$$H_1 : \sum_{j=0}^n \alpha_j^2 \neq 0.$$

Do weryfikacji można użyć statystyki:  $F = \frac{R^2}{1-R^2} \cdot \frac{n-k-1}{k}$ , która przy prawdziwości hipotezy zerowej, ma rozkład  $F$  Snedecora o pewnej liczbie stopni swobody. Można obliczyć wartość empiryczną statystyki i zweryfikować odpowiadający jej krytyczny poziom istotności (istotność  $F$ ). W zależności od otrzymanego wyniku (wynik większy lub mniejszy od przyjętego poziomu istotności) odrzuca się lub przyjmuje daną hipotezę (pomiędzy zmienną objaśnianą  $y$ , a przynajmniej jedną ze zmiennych objaśniających  $x_j$  może zachodzić lub nie związek liniowy).

Celem zbadania istotności poszczególnych współczynników regresji dla każdego współczynnika równania regresji ( $j = 0, 1, \dots, k$ ) należy postawić odpowiednie hipotezy:

$$H_0 : \alpha_j = 0,$$

$$H_1 : \alpha_j \neq 0.$$

Zestaw hipotez można sprawdzić z wykorzystaniem statystyki:  $t(a_j) = \frac{a_j}{S(a_j)}$ ,

gdzie:  $a_j$  – estymator współczynnika  $\alpha_j$ ,

$S(a_j)$  – estymator dyspersji współczynnika  $\alpha_j$ .

Statystyka ta, przy prawdziwości hipotezy zerowej, ma rozkład  $t$  Studenta o pewnej liczbie stopni swobody.

W oparciu o odpowiadające empirycznym wartościom statystyk  $t$  Studenta wartości krytycznego poziomu istotności (wartość- $p$ ) sprawdza się poprawność modelu pod kątem zweryfikowania czy są podstawy do odrzucenia hipotezy o nieistotności określonych współczynników regresji. W konsekwencji wiadomo czy analizowany model jest poprawny (dobrze opisuje rzeczywistość).

Inny model ma postać:  $R_{rzqd\_5} = \alpha_0' + \alpha_1'x + \alpha_2'x^2 + \alpha_3'x^3 + \alpha_4'x^4 + \alpha_5'x^5 + \varepsilon'$ . Poniżej przedstawiono przykładowe statystyki regresji oraz wyniki analizy wariancji dla tego modelu:

<i>Statystyki regresji</i>	
Wielokrotność R	0,999993389
R kwadrat	0,999986778
Dopasowany R kwadrat	0,999986581
Błąd standardowy	0,044526983
Obserwacje	341

## ANALIZA WARIANCJI

	<i>df</i>	<i>SS</i>	<i>MS</i>	<i>F</i>
Regresja	5	50232,48823	10046,5	5067201,202
Resztkowy	335	0,664188489	0,001983	
Razem	340	50233,15242		

	<i>Współczynniki</i>	<i>Błąd standardowy</i>	<i>t Stat</i>	<i>Wartość-p</i>
Przecięcie	0,763550912	0,023200924	32,91037	5,3916E-107
Zmienna X <sub>1</sub>	-0,655430531	0,011773523	-55,6699	2,2743E-171
Zmienna X <sub>2</sub>	0,137626644	0,001904734	72,25503	2,2522E-206
Zmienna X <sub>3</sub>	-0,004957414	0,00013039	-38,0199	1,4543E-123
Zmienna X <sub>4</sub>	9,99157E-05	3,95253E-06	25,27893	1,22889E-79
Zmienna X <sub>5</sub>	-8,71409E-07	4,37194E-08	-19,9319	7,62851E-59

Określony model ekonometryczny można zweryfikować na pewnym poziomie istotności. Współczynnik determinacji modelu informujący o tym, jaka część zmian wartości zmiennej objaśnianej została wyjaśniona przez funkcję regresji wynosi  $R^2 = 0,999986778$  (współczynnik zbieżności  $\varphi^2 = 0,000013222$ ), co oznacza, że wybrany model wyjaśnia ponad 99,99% zmienności badanej cechy. Świadczy to o bardzo dobrym dopasowaniu modelu do danych empirycznych. Testowaniu statystycznemu można poddać również istotność współczynników regresji, poprzez postawienie odpowiednich hipotez:

$$H_0 : \sum_{j=0}^n \alpha_j^2 = 0,$$

$$H_1 : \sum_{j=0}^n \alpha_j^2 \neq 0.$$

Podobnie jak poprzednio, zestaw hipotez można zweryfikować z wykorzystaniem statystyki

$F = \frac{R^2}{1-R^2} \cdot \frac{n-k-1}{k}$ , która przy prawdziwości hipotezy zerowej, ma rozkład

$F$  Snedecora o określonej liczbie stopni swobody (dla licznika i mianownika). W oparciu o wartość empiryczną statystyki i stwierdzenie czy odpowiadający jej krytyczny poziom istotności jest większy czy mniejszy od założonego poziomu istotności, przyjmuje się lub odrzuca hipotezę  $H_0$  na rzecz hipotezy  $H_1$ . W praktyce związek liniowy może zachodzić pomiędzy zmienną objaśnianą  $y$ , a przynajmniej jedną ze zmiennych objaśniających  $x_j$ .

W celu statystycznej analizy poszczególnych współczynników regresji dla każdego współczynnika równania ( $j = 0, 1, \dots, k$ ) należy postawić odpowiednie hipotezy:

$$H_0 : \alpha_j = 0,$$

$$H_1 : \alpha_j \neq 0.$$

Ich sprawdzenie realizuje się poprzez statystykę:  $t(a_j) = \frac{a_j}{S(a_j)}$ ,

gdzie:  $a_j$  – estymator współczynnika  $\alpha_j$ ,

$S(a_j)$  – estymator dyspersji współczynnika  $\alpha_j$ .

Statystyka ta, przy prawdziwości hipotezy zerowej, ma rozkład  $t$  Studenta o pewnej liczbie stopni swobody.

W oparciu o odpowiadające statystykom  $t$  Studenta wartości krytycznego poziomu istotności (wartość- $p$ ) stwierdza się czy są one mniejsze od przyjętego poziomu istotności. Na tej podstawie określa się czy są podstawy do odrzucenia hipotezy, że wszystkie współczynniki badanego modelu są istotnie różne od zera, a analizowany model jest poprawny.

## Wnioski

Zakres promieniowania elektromagnetycznego obejmuje wiele zakresów częstotliwości, w obrębie których mechanizm propagacji fal radiowych nacechowany jest różnymi właściwościami. Z tego względu badania propagacyjne stanowią przedmiot nieustannych wysiłków wielu ośrodków naukowych i akademickich na całym świecie. Tego typu badania przeprowadza się również w Polsce, czego przykładem mogą być liczne akcje COST. Punkt odniesienia do prowadzonych analiz stanowią rekomendacje ITU-R, które umożliwiają oszacowanie danych dla określonego obszaru geograficznego. Ponadto możliwe staje się uszczegółowienie wyników tam zawartych dla konkretnej lokalizacji (miasta czy województwa) poprzez opracowanie własnych modeli propagacyjnych w oparciu o dane rzeczywiste. Przygotowane modele pozwalają wówczas oszacować wpływ wybranego czynnika, bądź zjawiska na propagację fal radiowych. Niekiedy może się zdarzyć, że otrzymane wyniki będą różne od wartości obliczonych mimo stosowania rozległej bazy danych doświadczalnych. Z pomocą przychodzą wówczas statystyczne metody matematyczne, które pozwalają poprawić model np. poprzez wyeliminowanie nieistotnych współczynników. Weryfikacji można poddać np. odpowiadające zmianom częstotliwości (zależnie od polaryzacji), zmiany wartości tłumienia/degradacji sygnału wskutek wystąpienia określonego (niekorzystnego) zdarzenia.

## Bibliografia:

- Baghsiahi H., Wang K., Kandulski W., Pitwon R., Selviah D.: *Optical waveguide end facet roughness and optical coupling loss*. Journal of Lightwave Technology 31(16), 2013, [DOI: 10.1109/JLT.2013.2271952].
- Benarroch A., García-del-Pino P., García-Rubia J. M., Riera J. M.: *Derivation of rain attenuation from experimental measurements of drop size and velocity distributions*. COST IC0802 (MCM3). Available online: [http://www.tesa.prd.fr/cost/input\\_documents.pdf](http://www.tesa.prd.fr/cost/input_documents.pdf) [05.04.2018].
- Boulanger X., Castanet L., Jeannin N., Lacoste F.: *Study and modelling of tropospheric attenuation for land mobile satellite system operating at Ku and Ka band*. COST IC0802 (MCM2). Available online: [http://www.tesa.prd.fr/cost/input\\_documents.pdf](http://www.tesa.prd.fr/cost/input_documents.pdf) [06.04.2018].

- Bogucki J., Wielowieyska E.: *Multipath in line-of-sight links – prediction vs reality*. Proceedings of 16th International Conference – Radioelektronika, Bratislava 2006.
- Cetin M.: *Consideration of permeable pavement in Landscape Architecture*. Journal of Environmental Protection and Ecology 16(1), 2015. Available online: <https://docs.google.com/a/jepe-journal.info/viewer?a=v&pid=sites&srcid=amVwZS1qb3VybmFsLmluZm98amVwZS1qb3VybmFsGd4OjNmY2FkYzYzN2Y1MWNIYjM> [08.05.2018].
- Cetin M.: *Determination of bioclimatic comfort areas in landscape planning: A case study of Cide Coastline*. Turkish Journal of Agriculture-Food Science and Technology 4(9), 2016.
- Cetin M.: *Determining the bioclimatic comfort in Kastamonu City*. Environmental Monitoring and Assessment 187(10), 2015. Available online: <http://link.springer.com/article/10.1007%2Fs10661-015-4861-3> [08.05.2018].
- Cetin M.: *Evaluation of the sustainable tourism potential of a protected area for landscape planning: a case study of the ancient city of Pompeipolis in Kastamonu*. International Journal of Sustainable Development & World Ecology 22(6), 2015.
- Cetin M.: *Sustainability of urban coastal area management: a case study on Cide*. Journal of Sustainable Forestry 35(7), 2016, [DOI: 10.1080/10549811.2016.1228072].
- Cetin M., Topay M., Kaya L. G., Yilmaz B.: *Efficiency of bioclimatic comfort in landscape planning process: case of Kutahya*. Turkish Journal of Forestry 1(1), 2010.
- Cetin M.: *Using GIS analysis to assess urban green space in terms of accessibility: case study in Kutahya*. International Journal of Sustainable Development & World Ecology 22(5), 2015, [DOI:10.1080/13504509.2015.1061066].
- ITU-R Rec. P. 531-11: *Ionospheric propagation data and prediction methods required for the design of satellite services and systems*, Genewa 2012. Available online: <http://www.itu.int/rec/R-REC-P.531-11-201202-I/en> [15.05.2018].
- ITU-R Rec. P. 618-10: *Propagation data and prediction methods required for the design of Earth-space telecommunication systems*, Genewa 2009. Available online: <http://www.itu.int/rec/R-REC-P.618-10-200910-I/en> [15.05.2018].
- ITU-R Rec. P. 676-9: *Attenuation by atmospheric gases*, Genewa 2012. Available online: <http://www.itu.int/rec/R-REC-P.676-9-201202-I/en> [16.05.2018].
- ITU-R Rec. P. 678-1: *Characterization of the natural variability of propagation phenomena*, Genewa 1992. Available online: <http://www.itu.int/rec/R-REC-P.678-1-199203-I/en> [16.05.2018].
- ITU-R Rec. P. 835-5: *Reference standard atmospheres*, Genewa 2012. Available online: <http://www.itu.int/rec/R-REC-P.835-5-201202-I/en> [18.05.2018].
- ITU-R Rec. P. 836-4: *Water vapour: surface density and total columnar content*, Genewa 2009. Available online: <http://www.itu.int/rec/R-REC-P.836-4-200910-I/en> [19.05.2018].
- ITU-R Rec. P. 837-6: *Characteristics of precipitation for propagation modelling*, Genewa 2012. Available online: <http://www.itu.int/rec/R-REC-P.837-6-201202-I/en> [21.05.2018].
- ITU-R Rec. P. 839-3: *Rain height model for prediction methods*, Genewa 2001. Available online: <http://www.itu.int/rec/R-REC-P.839-3-200102-I/en> [12.05.2018].
- ITU-R Rec. P. 840-5: *Attenuation due to clouds and fog*, Genewa 2012. Available online: <http://www.itu.int/rec/R-REC-P.840-5-201202-I/en> [12.05.2018].
- ITU-R Rec. P. 841-4: *Conversion of annual statistics to worst-month statistics*, Genewa 2005. Available online: <http://www.itu.int/rec/R-REC-P.841-4-200503-I/en> [12.05.2018].
- Marek M.: *Wykorzystanie ekonometrycznego modelu klasycznej funkcji regresji liniowej do przeprowadzenia analiz ilościowych w naukach ekonomicznych. Rola informatyki w naukach ekonomicznych i społecznych. Innowacje i implikacje interdyscyplinarne. The*

*role of informatics in economic and social sciences. Innovations and interdisciplinary implications*, ed. T. Grabiński. Wydawnictwo Wyższej Szkoły Handlowej im. B. Markowskiego w Kielcach. Kielce 2013.

Wilk-Jakubowski G.: *Wpływ technologii informatyczno-komunikacyjnych na funkcjonowanie współczesnych społeczeństw. Rola informatyki w naukach ekonomicznych i społecznych. Innowacje i implikacje interdyscyplinarne. The role of informatics in economic and social sciences. Innovations and interdisciplinary implications*, ed. T. Grabiński. Wydawnictwo Wyższej Szkoły Handlowej im. B. Markowskiego w Kielcach. Kielce 2011.

Wilk-Jakubowski J. Ł.: *Propagacja fal radiowych w łączności satelitarnej*, Wydawnictwo Politechniki Świętokrzyskiej, Kielce 2018.

Wilk J. Ł.: *Prawne uregulowania dotyczące klasyfikacji fal elektromagnetycznych*. TTS. Technika Transportu Szybowego 12, 2015.

Wilk J. Ł.: *Naturalne źródła szumów w transmisji satelitarnej. Rola Informatyki w Naukach Ekonomicznych i Społecznych. Innowacje i implikacje interdyscyplinarne*, (red.) T. Grabiński, Wydawnictwo Wyższej Szkoły Handlowej im. B. Markowskiego w Kielcach, t. II, Kielce 2010.

Wroński J. W., Wielowieyska E.: *Udostępnienie narzędzia informatycznego do prognozowania zasięgów stacji radiowych użytkowanych we współczesnych systemach radiokomunikacyjnych i radiodfuzyjnych w sieci korporacyjnej i w Internecie*. Prace IŁ, Nr 21300017, 01300017, 07300017, Wrocław 2007.

Zwoździak J., Zwoździak A., Szczurek A.: *Meteorologia w ochronie atmosfery*, Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, Wrocław 1998.